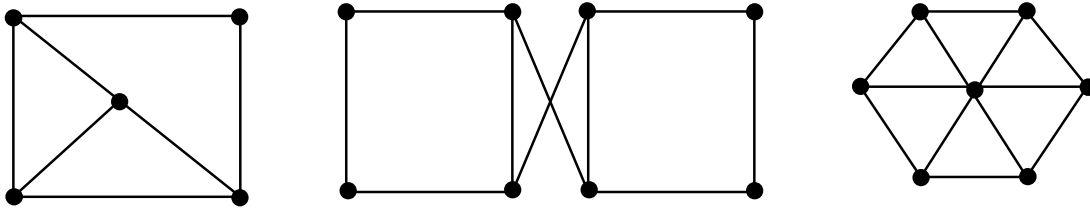


## TD n° 4 : Coloration de graphes

---

### Exercice 1. Nombre de clique et nombre de stabilité

(1) Déterminez le nombre de clique et le nombre de stabilité des graphes suivants :



(2) Trouvez un graphe  $G$  pour lequel  $\omega(G) > n / \alpha(G)$ .

(3) Trouvez un graphe  $G$  pour lequel  $\omega(G) < n / \alpha(G)$ .

(4) Trouvez un graphe  $G$  pour lequel  $\omega(G) = n / \alpha(G)$ .

---

### Exercice 2. Nombre chromatique et degré maximum

Montrez que pour tout graphe  $G$ , l'algorithme First-Fit produit une coloration de  $G$  utilisant au plus  $\Delta(G) + 1$  couleurs.

---

### Exercice 3. Algorithme First-Fit et nombre chromatique.

Montrez que pour tout graphe  $G$ , il existe un ordre de ses sommets pour lequel l'algorithme First-Fit produit une coloration optimale, c'est-à-dire utilisant  $\chi(G)$  couleurs.

---

### Exercice 4. Algorithme de Welsh et Powell.

Appliquer l'algorithme de Welsh et Powell aux graphes de l'exercice 1.

---

### Exercice 5. Est-ce une bonne coloration ?

Écrire une fonction qui, à partir d'un graphe  $G$  sans boucle à  $N$  sommets et d'un tableau associant un entier à chaque sommet, détermine si ce tableau correspond à une coloration propre du graphe  $G$ .

---

### Exercice 6. Écriture de l'algorithme First-Fit

Écrire une action qui, à partir d'un graphe  $G$  sans boucle à  $N$  sommets, retourne la coloration obtenue par l'algorithme First-Fit (en traitant les sommets dans l'ordre  $0,1,\dots,N$ ) sous forme d'un tableau associant un entier à chaque sommet, ainsi que le nombre de couleurs utilisées. On pourra (on devra !) décomposer le problème et donc utiliser des actions ou fonctions auxiliaires...