COATI

Julien Bensmail et Nicolas Nisse
Tél : +33 (0)4 97 15 53 28
E-mail : nicolas.nisse@inria.fr

Sophia Antipolis, le 18 décembre 2018

Objet : *sujet de stage : Calcul de couplages contraints dans les graphes*

Contexte.
Un *couplage* dans un graphe est un ensemble d'arêtes deux-à-deux disjointes. Le problème du calcul d'un couplage de taille maximum dans un graphe a été très étudié dans la littérature et a de nombreuses applications (par exemple, tout problème d'affectation peut être modélisé de la sorte). Le célèbre théorème de Berge [1] et l'algorithme d'Edmonds [2] impliquent qu'un couplage maximum peut être calculé en temps polynomial dans tout graphe. Ces résultats reposent principalement sur la notion de *chemins augmentants*.

Motivé par un problème d'affectation de slots d'atterrissage à des avions, nous avons introduit le problème de calculer un couplage maximum qui peut être obtenu d'un couplage initial en n'utilisant que des chemins augmentants de longueur bornée $k \geq 1$. Le problème devient NP-complet en général (et donc il est peu probable qu'un algorithme polynomial existe pour tout graphe) [3,4]. Cependant, le problème reste polynomial dans certains cas : quand $k \leq 3$ [3,4], ou dans certaines classes d'arbres [4,5].

L'objectif du stage sera de poursuivre les travaux précédents sur cette problèmatique dans le but de potentiellement établir une dichotomie algorithmique, aussi bien dans le cas général que pour des cas particuliers. En particulier, les pistes suivantes nous semblent prometteuses :

— On commencera par l'étude du calcul d'un couplage maximum qui peut être obtenu par des chemins augmentants de longueur exactement 3 dans les arbres.
— On s'intéressera ensuite à la complexité du problème du calcul d'un couplage maximum qui peut être obtenu par des chemins augmentants de longueur au plus k dans les arbres.
— Une autre piste sera l'étude de ces problèmes dans les graphes d'intervalles.
— Enfin, on pourra étudier ces problèmes dans le cas de couplages induits.

Prérequis.
Connaissances de base de théorie des graphes, et de solides compétences mathématiques (en particulier : comprendre et écrire des preuves). Des connaissances en algorithmique et programmation (par exemple Python) seront un plus.

Bibliographie.
[1] C. Berge. Two theorems in graph theory. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 43(9) :842-844, September 1957.

[2] J. Edmonds. Paths, trees, and flowers. Canadian Journal of Mathematics, 17 :449-467,1965.

[3] N. Nisse, A. Salch, V. Weber. Recovery of disrupted airline operations. À paraître dans European Journal of Operational Research.

[4] J. Bensmail, V. Garnero, N. Nisse, A. Salch, V. Weber. Recovery of disrupted airline operations using k-maximum matching in graphs. In 9th Latin-American Algorithms, Graphs and Optimization Symp. (LAGOS). Elsevier, Electronic Note Discrete Maths, 2017.

[5] J. Bensmail, V. Garnero, N. Nisse. On improving matchings in trees, via bounded-length augmentations. Discrete Applied Mathematics, 250 :110-129, 2018.