

## Devoir surveillé n°2 (5 exercices) durée 1h30 – sans documents

*Barème indicatif : Ex1 (3 pts) – Ex2 (3 pts) – Ex3 (6 pts) – Ex4 (4 pts) – Ex5 (4 pts)*

---

### Exercice 1. Questions de cours.

- 1.1 Qu'est-ce qu'un alphabet fini ? un mot défini sur un alphabet fini ?
  - 1.2 Qu'est-ce que la longueur d'un mot défini sur un alphabet fini A ? (Illustrez votre réponse à l'aide d'un exemple).
  - 1.3 Si A est un alphabet fini, que désigne  $A^*$  ? que désigne  $\varepsilon$  ?
  - 1.4 Qu'est-ce qu'un langage défini sur un alphabet fini ?
  - 1.5 Quelles particularités peut posséder un automate fini non déterministe que ne peut posséder un automate fini déterministe ?
- 

### Exercice 2. Mots et langages rationnels.

On considère les langages rationnels L1 et L2 définis sur l'alphabet  $A = \{a, b, c\}$  par les expressions rationnelles suivantes :

- L1 :  $(a + b)^+.c^2.a$
- L2 :  $(a + b^2 + c^2)^*$

- 2.1. Les mots suivants appartiennent-ils au langage L1 ? au langage L2 ?  
 $\varepsilon$  - abcca - abbcc - aabbcca - abbab
  - 2.2. Donnez une expression rationnelle définissant le langage  $L1 \cap L2$ .
- 

### Exercice 3. Construction d'automates finis déterministes.

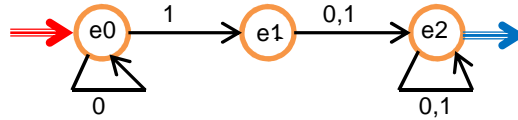
Soit l'alphabet  $A = \{0, 1\}$ . Pour chacun des langages suivants, proposez un automate fini déterministe le reconnaissant.

- L1 : les mots de  $A^*$  de longueur au moins 2,
- L2 : les mots de  $A^*$  contenant au moins trois fois la lettre 1,
- L3 : les mots de  $A^*$  contenant 110 (ces trois lettres doivent être consécutives),
- L4 : les mots de  $A^*$  ne contenant pas 110 (le langage L4 est le complémentaire du langage L3).

---

**Exercice 4. Système d'équations de langages et lemme d'Arden.**

On considère l'automate fini déterministe suivant :



On souhaite calculer, en utilisant le principe des systèmes d'équations de langages, une expression rationnelle définissant le langage reconnu par cet automate.

- 4.1. Rappelez à quoi correspond le langage que l'on associe à un état de l'automate.
- 4.2. Donnez le système d'équations associé à cet automate.

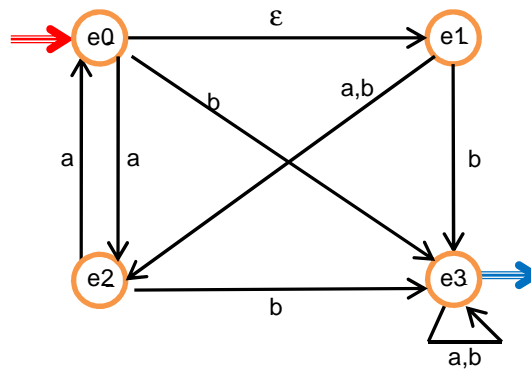
Rappelons que le lemme d'Arden nous dit que la solution d'une équation de la forme  $L = AL + B$  est  $L = A^*B$  (ainsi, par exemple, la solution de l'équation  $L = (a + b)L + ab + \epsilon$  est  $L = (a + b)^*(ab + \epsilon)$ ).

- 4.3. En utilisant le lemme d'Arden, résolvez ce système d'équations.

---

**Exercice 5. Algorithme de déterminisation.**

Appliquez l'algorithme de déterminisation (on utilisera un tableau pour représenter les différentes étapes de calcul, comme vu en TD) à l'automate fini non déterministe suivant :



Vous dessinerez l'automate fini déterministe obtenu (sans oublier d'indiquer l'état initial et les états terminaux).