

Devoir surveillé n°2 (5 exercices) durée 1h30 – sans documents

Barème indicatif : Ex1 (3 pts) – Ex2 (3 pts) – Ex3 (6 pts) – Ex4 (4 pts) – Ex5 (4 pts)

Exercice 1. Questions de cours.

- 1.1 Qu'est-ce qu'un alphabet fini ? un mot défini sur un alphabet fini ?
 - 1.2 Qu'est-ce que la longueur d'un mot défini sur un alphabet fini A ? (Illustrez votre réponse à l'aide d'un exemple).
 - 1.3 Si A est un alphabet fini, que désigne A^* ? que désigne ε ?
 - 1.4 Qu'est-ce qu'un langage défini sur un alphabet fini ?
 - 1.5 Quelles particularités peut posséder un automate fini non déterministe que ne peut posséder un automate fini déterministe ?
-

Exercice 2. Mots et langages rationnels.

On considère les langages rationnels L1 et L2 définis sur l'alphabet $A = \{a, b, c\}$ par les expressions rationnelles suivantes :

- L1 : $(a + b)^+ . c^2 . a$
- L2 : $(a + b^2 + c^2)^*$

- 2.1. Les mots suivants appartiennent-ils au langage L1 ? au langage L2 ?
 ε - abcca - abbcc - aabbcca - abbab
 - 2.2. Donnez une expression rationnelle définissant le langage $L1 \cap L2$.
-

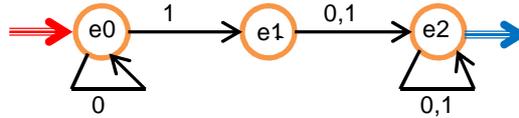
Exercice 3. Construction d'automates finis déterministes.

Soit l'alphabet $A = \{0, 1\}$. Pour chacun des langages suivants, proposez un automate fini déterministe le reconnaissant.

- L1 : les mots de A^* de longueur au moins 2,
- L2 : les mots de A^* contenant au moins trois fois la lettre 1,
- L3 : les mots de A^* contenant 110 (ces trois lettres doivent être consécutives),
- L4 : les mots de A^* ne contenant pas 110 (le langage L4 est le complémentaire du langage L3).

Exercice 4. Système d'équations de langages et lemme d'Arden.

On considère l'automate fini déterministe suivant :



On souhaite calculer, en utilisant le principe des systèmes d'équations de langages, une expression rationnelle définissant le langage reconnu par cet automate.

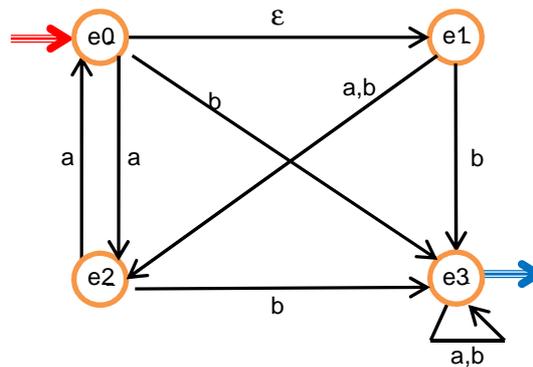
- 4.1. Rappelez à quoi correspond le langage que l'on associe à un état de l'automate.
- 4.2. Donnez le système d'équations associé à cet automate.

Rappelons que le lemme d'Arden nous dit que la solution d'une équation de la forme $L = AL + B$ est $L = A^*B$ (ainsi, par exemple, la solution de l'équation $L = (a + b)L + ab + \epsilon$ est $L = (a + b)^*(ab + \epsilon)$).

- 4.3. En utilisant le lemme d'Arden, résolvez ce système d'équations.

Exercice 5. Algorithme de déterminisation.

Appliquez l'algorithme de déterminisation (on utilisera un tableau pour représenter les différentes étapes de calcul, comme vu en TD) à l'automate fini non déterministe suivant :



Vous dessinerez l'automate fini déterministe obtenu (sans oublier d'indiquer l'état initial et les états terminaux).